

## Решения отборочной олимпиады, 4 класс, 16.09.2017

**Задача 1.** Таня стоит на берегу речки. У неё есть два банки: одна – на 5 литров, а про вторую Таня помнит лишь то, что она вмещает то ли 2, то ли 3 литра. Как ей определить емкость второй банки?

**Решение.** Давайте сделаем следующие действия. Полностью наполним «маленькую» банку, а затем выльем из нее все в «большую». А затем еще раз. Если «маленькая» вмещала 2 литра, то в 5 литровой банке еще останется место (1 литр). А если она вмещала 3 литра, то во время второго действия вода польётся через край (мы нальем 1 лишней литр). Таким образом, мы сможем определить емкость меньшей банки.

**Задача 2.** В летнем лагере на смену приехало 50 детей. Через день после начала смены приехало еще несколько девочек, в итоге число девочек увеличилось в два раза, а всего детей стало 69. Сколько мальчиков в лагере?

**Ответ 31. Решение.** Известно, что детей стало 69. Это значит, что приехало ровно 19 девочек ( $69 - 50 = 19$ ). Раз девочек стало в два раза больше, значит их стало 38, а было 19. Получается, мальчиков в лагере было  $50 - 19 = 31$ .

**Задача 3.** Умная девочка загадала число. Каждую минуту она прибавляла к текущему числу его последнюю цифру, и через 5 минут получила 84. Какое число она загадала?

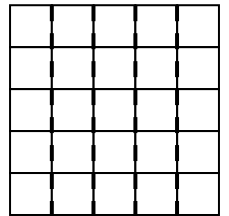
**Ответ 57 или 62. Решение.** После каждой операции на конце числа получается четная цифра, так как цифра в разряде единиц удваивается (возможно, с переходом через десяток). Какое число могло быть перед 84? Если перехода через десяток не было, 4 делим на 2 и получаем, что в разряде единиц стояла 2, а само число равнялось 82. Если переход через десяток произошел, то 14 делим на 2 и получаем 7, а само число 77. Но 77 не могло получиться после четвертой минуты (могут получаться только четные числа), значит, это 82. Запишем все пять шагов назад аналогично.  $84 \leftarrow (82 \text{ или } 77) \leftarrow (81 \text{ или } 76) \leftarrow (73 \text{ или } 68) \leftarrow (64 \text{ или } 59) \leftarrow (62 \text{ или } 57)$ . Заметим, в самом начале число вполне может быть нечетным.

**Задача 4.** Три брата (старший, средний и младший) получили в наследство кошку, осла и мельницу. Сперва каждый брат сказал: «Тот, кто получил мельницу, старше меня», а потом каждый брат сказал: «Тот, кто получил кошку, младше меня». Известно, что каждый брат или оба раза солгал, или оба раза сказал правду. Какой из братьев получил осла?

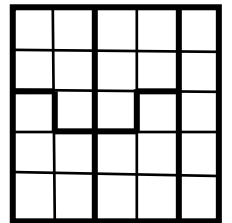


**Ответ средний. Решение.** Пусть осла получил старший брат. Тогда он соврал в первый раз (старше него просто никого нет) и сказал правду во второй (кота получил либо младший, либо средний и оба они младше старшего). Получили противоречие. Аналогично, осла не мог получить младший брат. Он скажет правду в первый раз (мельницу хоть кто-то получил и все братья старше его) и соврет во второй (нет никого, кто мог бы быть младше его). Получается, кошку получил средний брат. Не трудно проверить, что условие задачи будет выполняться, если старший получит кошку, средний осла, а младший мельницу.

**Задача 5.** Шоколадка 5 см×5 см разделена на 25 долек. Надо разделить шоколадку на 5 частей по 5 долек, не обязательно равных по форме. На рисунке это сделано разрезами общей длиной 20 см. А как это сделать, проведя разрезы общей длиной 16 см? Разрезы не обязательно идут от края до края!



**Решение.** Пример на рисунке. Могут быть и другие примеры.



## Решение отборочной олимпиады, 5 класс, 16.09.2017

**Задача 1.** Могут ли три человека, имея один двухместный мотоцикл, преодолеть 60 км не более чем за три часа? Скорость пешехода — 5 км/ч, а мотоцикла — 50 км/ч.

**Ответ** могут. **Решение.** Пусть Первый и Второй доедут на мотоцикле до 50-го километра за час. Оттуда Второй пойдет пешком и как раз успеет пройти оставшиеся 10 километров за 2 часа. В это время Первый развернется и поедет назад до 10-го километра и остановится там. На это у него уйдет меньше часа (а точнее 48 минут). Пока Первый ездит туда-сюда, Третий дойдет до 10-го километра пешком, где его будет ждать Первый на мотоцикле. Там, спустя 2 часа после начала движения, Третий и Первый встретятся и проедут оставшиеся 50 километров за час.

**Задача 2.** Умная девочка загадала число. Каждую минуту она прибавляла к текущему числу его предпоследнюю цифру, и через час получила 144. Докажите, что где-то она ошиблась.

**Решение 1.** Каждую минуту к числу прибавляется какая-то цифра. Заметим, что эта цифра не может быть равна 0, так как тогда число не меняется и всегда будет 0 в разряде десятков. Значит, в какой-то момент времени число было меньше 100 (просто потому, что за час мы прибавили минимум 60). А если оно было меньше 100, когда-то оно стало равно числу виду  $\overline{10X}$ , где  $X$  — какая-то цифра в разряде единиц. «Проскочить» такое число мы не могли, так как для этого надо прибавит минимум  $110 - 99 = 11$ . Ну а после этого число не менялось, и не могла через какое-то время возрасти до 144.

**Решение 2.** Можно попробовать открутить ситуацию назад. Так как прибавляется только цифра, то предыдущее число из того же или предыдущего десятка, поэтому восстанавливается обратно однозначно. Итак,  $144 \leftarrow 140 \leftarrow 137 \leftarrow 134 \leftarrow 131 \leftarrow 129 \leftarrow 127 \leftarrow 125 \leftarrow 123 \leftarrow 121$ . К сожалению,  $121 - 2 = 119$ ,  $121 - 1 = 120$ , оба варианта не подходят, поэтому 121 такими действиями получить нельзя.

**Задача 3.** В сокровищнице было золото, серебро и бриллианты. После визита орков обнаружили пропажи. На следствии орки заявили:

*Первый:* "Мы забрали бриллианты и оставили золото."

*Второй:* "Мы оставили бриллианты и забрали серебро."



*Третий:* "Мы оставили золото и серебро."

Как выяснилось, один из орков обманул, а остальные сказали правду. Что они забрали из сокровищницы?

**Ответ** только бриллианты. **Решение.** Заметим, что высказывания Первого и Второго противоречат друг-другу (бриллианты не могли забрать и оставить одновременно). Это значит, что обманщик среди первых двух и Третий сказал правду. Следовательно, золото и серебро они оставили и Второй обманывает. Врет только один, значит, Первый говорит правду. Итого, они забрали только бриллианты.

**Задача 4.** На складе детских игрушек лежат куклы и машинки, всего 500 штук. Если число кукол увеличить в два раза, но забрать 101 машинку, то на складе станет 550 игрушек. Сколько кукол и сколько машинок на складе сейчас?

**Ответ** 151 кукла и 349 машинок. **Решение.** Если число кукол увеличить в два раза и забрать 101 машинку — количество игрушек увеличится на 50 ( $550 - 500 = 50$ ). Это значит, что мы добавляем  $101 + 50 = 151$  куклу. Значит кукол на складе 151, а машинок  $500 - 151 = 349$ .

**Задача 5.** Назовем бабочкой фигуру, состоящую из двух клеток, соседних по углу. Какое наименьшее количество бабочек можно разместить на доске  $4 \times 4$  таким образом, чтобы любая клетка этой доски либо принадлежала одной из бабочек, либо была соседней по стороне с клеткой одной из бабочек?

**Ответ** 4. **Решение.** Пример на рисунке. Осталось сделать оценку. Давайте рассмотрим угловые клетки. Чтобы условие задачи выполнялось, около каждой из них должна быть бабочка (или, непосредственно закрывать её). Но одна бабочка может находиться рядом только с одной угловой клеткой. Это значит, что бабочек нужно минимум 4.

